

模 擬 講 義 1

建築構造の世界

— 質点・剛体の力学から変形体の力学へ —

工学部 3号館 N7 講義室

担当 竹脇 出 (教授)

辻 聖晃 (助教授)

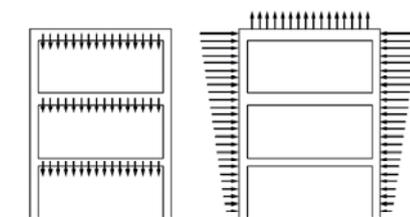
吉富信太 (助手)

1. はじめに

建築物は地球上に建てられるため、重力の作用により鉛直下向きの力を受けます。この力の大きさは、建物そのものの重さ（自重）と、建物に積載された物品や人の重さ（積載荷重）により決まり、その大きさはほぼ変わることはありません。またこの力は建物が建っている期間、常時作用するため、**常時荷重**あるいは**長期荷重 long-time loading**と呼ばれます（図1(a)）。一方、建物は風や地震により、横方向の力を受け、ときには鉛直上向きの力を受けることもあります。この力の大きさは、建物の大きさ、形、どこに建っているか、など、様々な要因により異なります。またこの力は、ごく短い時間に作用するため、**短期荷重 short-time loading**と呼ばれます（図1(b)）。このような様々な方向・様々な大きさの力に対して、屋根が落ちたり、床が使用上支障が出るほどたわんだり、壁が倒れたりしないように、建築物はある一定以上の剛さ *stiffness* と強さ *strength* を持たなければなりません。この、建築物に剛さと強さを与える仕組のことを**構造 structure**といいます。

次に、右に示した2つの建物を見て下さい。写真1は、西暦128年頃に建てられたパンテオン（ローマ）の外観で、図2はその断面図です。一方、写真2は、東大寺大仏殿（創建は奈良時代、現在の建物は江戸時代の再建）の外観で、図3はその断面図（鎌倉時代に再建された際の復原予想図）です。パンテオンのドーム（球状の天蓋）は、スパン（屋根を支えている支点からもう一方の支点までの距離）が43メートルのコンクリートシェル構造 *concrete shell structure* からなっており、壁厚は薄いところで1.5m、最も厚いところでは6mもあります。一方、東大寺大仏殿は、平面形状が57m×50m（現在の大きさ、創建当初は88m×50m）、高さが47mの木造軸組構造 *wooden framed structure* からなる建物で、木造としては現在でもなお世界最大です。

この両建物は、風雨にさらされない空間を確保するという目的は同じであるのに対し、外観および断面はまったく異なっています。それは何故でしょうか。それに対する解答のヒントを与えることが、本講義の目的です。正解は皆さん一人一人が考えてみて下さい。



(a) 長期荷重 (b) 短期荷重
図1 長期荷重と短期荷重
(矢印は力の方向を表わす)



写真1 パンテオン外観[1]

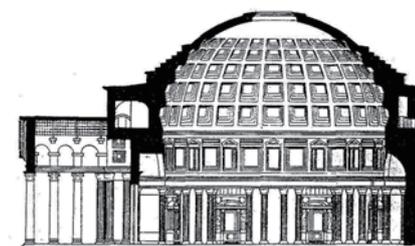


図2 パンテオン断面図[1]



写真2 東大寺大仏殿外観[2]

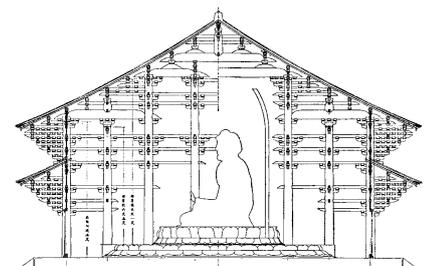


図3 東大寺大仏殿断面図[3]

話は変わって、今皆さんの目の前に、次のような2種類の材料があるとします。

材料 A：

- ・圧縮には強いが、引張や曲げには弱い。
- ・自由に形を成型できる。
- ・水や火に強い。

材料 B：

- ・圧縮、引張、曲げのそれぞれがほどほどに強い。
- ・細長い棒状、あるいは薄い板状の部材としてのみ使用できる。
- ・水や火に弱い。

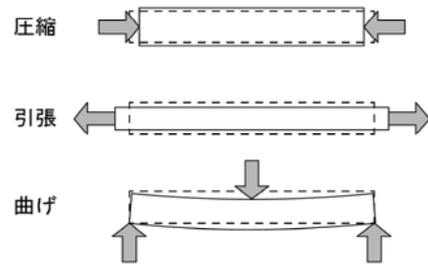


図4 引張、圧縮、曲げ
(矢印は作用させる力の向きを表わす)

皆さんの身近にあるものでいえば、ガラス、コンクリート、石（土、砂なども含む）が材料 A に、木材が材料 B に該当します。なお、現代の建築にもっとも一般的に用いられる鉄（鋼）は、両材料の長所を併せ持つ材料であるといえるでしょう（ただし、水と火に弱い、という欠点があります）。この2種類の材料のうち、「どちらか」だけを使って、一人が暮らせるような空間を覆う建物を造りなさいと指示されたら、皆さんはどの材料を使ってどのような建物を造るでしょうか。

実はこの指示に対して的確な解答を導き出すための道具が、これからお話する**構造力学 structural mechanics**なのです。構造力学を学び、理解することで、なぜ古代ローマ人がパンテオンをあのような形で造り、なぜ古代大和人が東大寺大仏殿をあのような形で造ったのかが見えてくるはずです。

2. モデル化

建築物の変形や応力（面に垂直な垂直応力、面に平行なせん断応力）を解析するには、まず建築物を数理的な取り扱いを可能とする適当なモデルに置換する必要があります。これを**モデル化**と呼んでいます。さらに、変位の境界条件や荷重も適当なものにモデル化する必要があります。例えば、並進や回転が拘束された支持条件を**固定支持**、並進のみ拘束されたものを**ピン支持**、一方向の並進のみ拘束されたものを**ローラー支持**と呼びます（図5）。

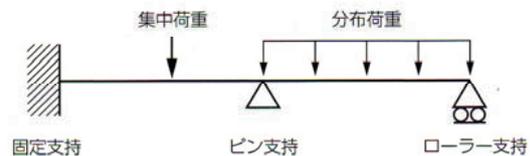


図5 モデル化された梁構造物[4]

建築物の変形や内部に生じる応力は変位境界条件に大きく影響されるため、適切なモデル化が重要となります。

建築物は立体的な構造物であるため、一般的には3次元の物体としてモデル化することが要求されます。しかしながら、建築物やその構成要素の中には、1次元あるいは2次元的な座標の設定に基づく取り扱い（物体の動きは必ずしも1、2次元的ではない）が良い精度で可能となる場合があります。例えば、細長い梁や柱、あるいは壁や床等です。3次元的な取り扱いよりも1、2次元的な取り扱いの方が容易であることは明らかであり、これまでに種々の仮定に基づく理論やそれに対する数値的方法が提案されています。以下では、1、2次元的な取り扱いが可能な例を示します。

a. 1次元モデル（トラス部材，梁，柱）

変位や内部に生じる応力を1次元座標で表現可能なモデルには，トラス部材や棒材モデル（曲げ棒，せん断棒，曲げせん断棒等）があります（図6）。このようなモデルでは，各座標点において断面が定義され，その断面に作用する応力の合力として断面力が定義されます。断面力には，軸方向力，せん断力，曲げモーメント，振りモーメント等があります。棒材モデルの代表例として，せん断変形を無視したオイラー・ベルヌーイ梁理論に基づくモデルや，せん断変形を考慮したティモシェンコ梁理論に基づくモデルがあります。

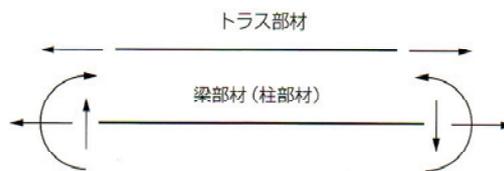


図6 1次元モデル[4]

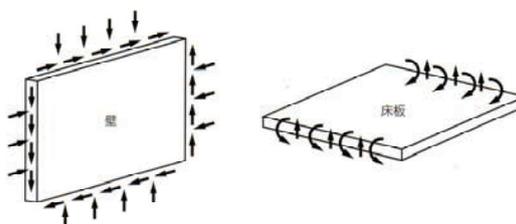


図7 2次元モデル[4]

b. 2次元モデル（壁，床）

2次元座標で表現される平面に垂直な方向に作用する応力が無視できるようなモデルを扱う平面応力問題や，2次元座標で表現される平面に垂直な方向の変位が無視でき，その垂直な方向のどの位置でも2次元座標内の変形が同一変形と見なせるようなモデルを扱う平面ひずみ問題と，平面外の変形を対象とする床等の平板の曲げ問題があります（図7）。

3. 力学的分類

a. 安定構造物と不安定構造物（外的，内的）（図8）

構造物内部の変形を拘束したときに，外力に対する構造物の変位が一意に定まるような支持条件を有する構造物を外的に安定な構造物といい，そうでない場合を外的に不安定な構造物といいます。また，構造物全体の剛体変位以外の構造物の変位が一意に定まるような部材配置を有する構造物を内的に安定な構造物といい，それ以外の場合を内的に不安定な構造物といいます。

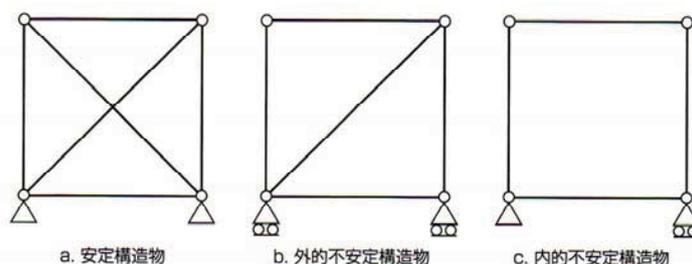


図8 安定と不安定[4]

b. 静定構造物と不静定構造物

外的にも内的にも安定な構造物の中で，構造物内の全ての断面力，反力が力の釣り合い条件だけから求められるような構造物を静定構造物 statically determinate structure と呼び，力の釣り合い条件だけから求めること

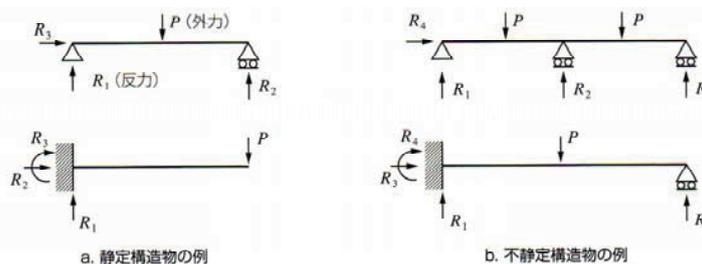


図9 静定と不静定[4]

ができない構造物を不静定構造物 statically indeterminate structure と呼びます (図 9)。断面力や反力に関する拘束の中で、その拘束を取り除くことにより静定構造物に帰着させることができるときの拘束数を不静定次数と呼びます。断面力、反力の中で不静定力となり得るものの分類により外的・内的な分類も可能です。

4. 力学問題の構成要素および特徴

a. 主要 3 条件

構造力学では、基本的に、(1)力の釣り合い、(2)変形の適合条件 (ひずみ - 変位関係を含む)、(3)構成則の三つの条件が重要な役割を果たします。図 10 に示すような先端において軸方向の外力を受ける一様断面直線弾性棒について考えてみましょう。先端における荷重と内力としての軸方向力は(1)の力の釣り合いを満足しています。内部に生じる軸方向ひずみは先端の変位とひずみ - 変位関係を満足しています。また、内部に生じる軸方向の垂直応力は軸方向ひずみと構成則 (ここではフックの法則) を満足しています。これらの条件から、先端に作用する荷重と先端での変位の関係が導かれます。

上記の(1)と(2)の中で、どのように未知量を扱うかにより種々の解法が存在します。静定構造物では、(1)の力の釣り合い条件から断面力や反力がすべて求められ、(2)の変形の適合条件と(3)の構成則から変形が求められるのに対して、不静定構造物では、(1)と(2)に現れる量の中での未知量の取り扱いにより特別な取り扱いが要求されます。また、(3)の構成則として材料特有のもの (弾性材料や塑性材料等) を採用することにより種々の材料から構成される部材、構造物の解析が可能となります。

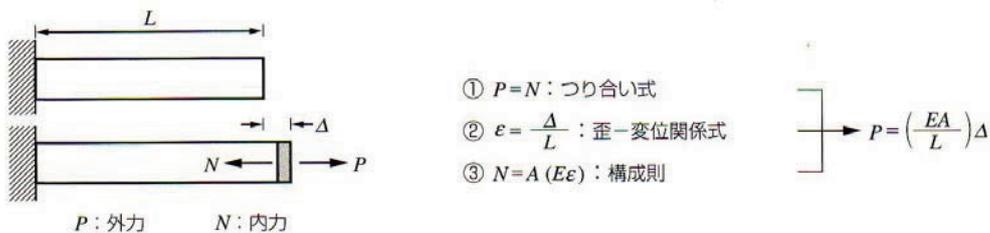


図 10 構造力学における主要 3 条件[4]

b. 力と変位の指定条件

構造力学における問題では、構造物に作用する力 (荷重, 反力) と生じる変位については、次のような特徴が存在します。すなわち、あらゆる点において、力が与えられているか、変位が与えられているかのいずれかです (図 11)。ある点に注目すれば、両者が同時に与えられたり、両者とも与えられないということはありません。

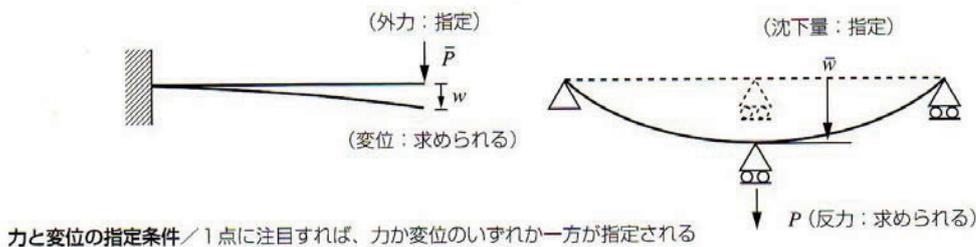


図 11 力と変位の指定条件[4]

5. 力学問題の基本的考え方（自由体図と重ね合せの原理）

変形体の力学では、物体のどのような部分についても力の釣り合いが成立している必要があります。このような力の釣り合いをわかりやすく理解するための方法として自由体図 free-body diagram を用いた方法があります（図 12）。構造物内部からある部分を自由体として取り出すと、構造物のその他の部分からこの自由体には力が作用していると考えられます（運動の第 3 法則である作用反作用の法則）。そのような力をすべて考えることにより自由体に作用する力の釣り合いを表現することができます。自由体図を用いた方法は単純な方法ですが、物体に作用する力を視覚的に理解したり、それらの釣り合いを考える上で極めて有効な方法といえます。

また、線形構造物（支配式が線形式で表現される構造物）では重ね合せの原理 principle of superposition が成り立ちます。従って、何種類かの荷重を受ける線形構造物を解析するには、各種類の荷重に対する変形や応力を求め、それらを重ね合わせればよいことになります（図 13）。

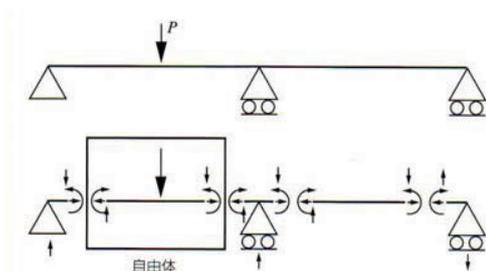


図 12 自由体図[4]

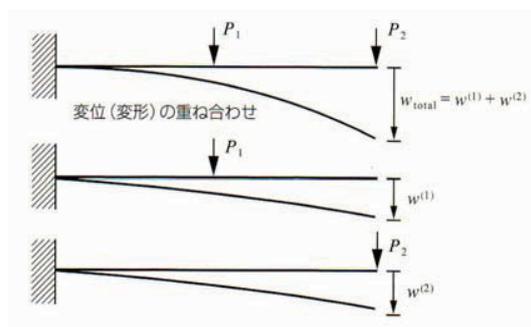


図 13 重ね合せの原理[4]

6. 座屈問題

図 14 のように、細長い棒に軸方向の力 P を徐々に加えると、応力が降伏応力に達していないのに、ある程度の力で急に折れ曲がり出すことがあります。これが、いわゆる座屈現象 buckling です。荷重が材料の強さ（降伏応力）を超えるまでは壊れないということが通常の見方であるのに対して、座屈に関しては、材料の強さではなく、かたさ（剛性）によって一種の限界が決まるということになります。

微小変形問題では、多くの場合、外力が作用する前の状態で力の釣り合い式を書きますが、座屈の問題では、外力が作用して変形が生じた後の状態で釣り合い式を書かなければなりません。例えば、図 14 の上図の棒の曲げ剛性（曲がりにくさ）を EI としましょう。たわんだ状態での自由体について、自由体の左端でのモーメントの釣り合い式を書くと、次のようなたわみ $v(x)$ に関する 2 階の微分方程式が得られます。

$$d^2 v(x) / dx^2 + k^2 \{v(x) - v(L)\} = 0 \quad (k^2 = P / EI)$$

この微分方程式の一般解は次のようになります。

$$v(x) = C_1 \sin kx + C_2 \cos kx + v(L)$$

これに境界条件 $v(0) = v'(0) = 0$ を代入し、棒先端のたわみが $v(L)$ となる条件を書くと次式が得られます。

$$\cos kL = 0$$

これから図 14 の上図の片持ち柱の座屈荷重（上式を満足するものの中で最小のもの）が次のように求められます。

$$P_{cr} = \pi^2 EI / (4L^2)$$

このような座屈荷重のもとでは、柱がたわまない状態も、図 14 の上図のようなたわんだ状態も、許される釣り合い状態として存在することになります。

座屈問題では、その現象が安定であるか不安定であるかが構造物の設計において重要な意味をもっています。一例として、図 15 の上図に示すような回転ばね k で支持された長さ L の剛体棒の先端に鉛直力 P と水平力 F が作用する問題を考えることにしましょう。剛体棒の回転角を θ で表します。水平力 F を作用させた状態で（あるいはゼロの状態で）、鉛直力 P を徐々に加えると、 P と θ の関係は図 15 の下図のような軌跡となります。すなわち、鉛直力 P が k/L よりも小さな範囲では、水平力 F の大きさに応じて図 15 の下図のような鉛直力 P と回転角 θ の関係が求められます。この範囲では、復元力モーメント $k\theta$ が外力モーメント $PL\theta$ を上回り（ F を与えてから取り除いた場合）、棒に小さなかく乱を与えても元の釣り合い状態に戻るため、このような釣り合い状態の集合、あるいは力と回転角の軌跡を安定な釣り合い経路と呼んでいます。一方、鉛直力が k/L よりも大きな範囲では、棒に小さなかく乱を与えると元の状態には戻りません。従って、このような釣り合い状態の集合、あるいは力と回転角の軌跡を不安定な釣り合い経路と呼んでいます。特に、水平力ゼロの状態で、鉛直力 P を徐々に増加させた場合に、回転角ゼロ以外の無数の状態で釣り合いが成立するようになる点を分岐点（座屈点）と呼びます。換言すれば、回転角ゼロの基本的な釣り合い経路と別の釣り合い経路が交わる点です。

このような座屈現象は、1次元モデルとしての柱や梁、2次元モデルとしての薄肉の平板、曲面板、あるいは図 14 の下図のような建築骨組や大スパンの構造物など、大きな軸方向力の作用を受ける種々のモデルにおいて存在します。座屈問題は、数学的には固有値問題として定式化されます。

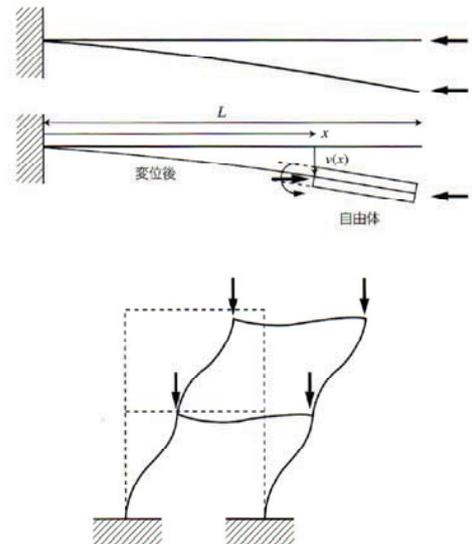


図 14 棒材の座屈、骨組の座屈[4]

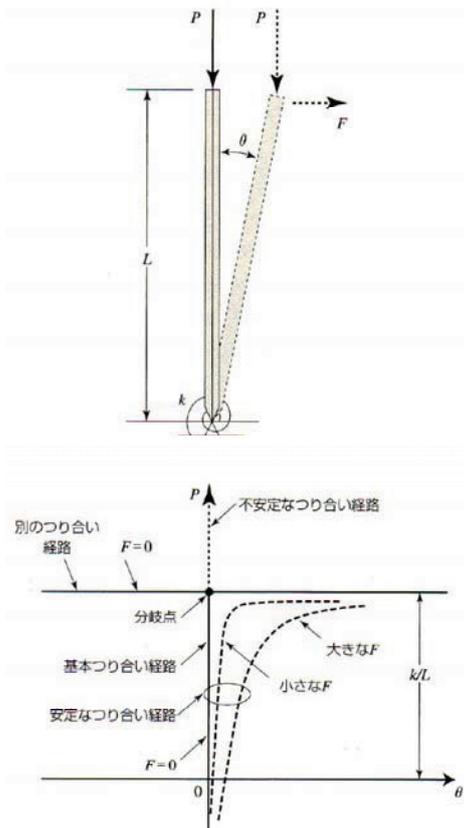


図 15 座屈現象[4]

7. 動的問題

皆さんが高校の物理で学んでいる運動の第2法則 Newton's second law of motion は、建物の耐震設計 seismic design においても中心的な役割を果たします。建物の耐震設計においては2つの重要なキーワードがあります。一つは共振現象 resonance で、もう一つは減衰効果 effect of damping です (図 16)。過去の地震による建物の被害は、多くの場合、地震動が持っている固有の周期と建物が持っている固有の周期がほぼ一致し、大きな揺れを引き起こしたことに起因しています。また、そのような場合にも、建物に十分大きな減衰特性が与えられていたならば被害を防ぐことができた場合も少なくないと考えられています。

地震による地面の揺れとの共振を避けることを目指して導入されたのが免震構造 base-isolated structure です (図 17, 18)。皆さんが参加しているオープンキャンパスの会場である京都大学にも、本格的な免震建物が2棟あります。一つは、兵庫県南部地震を契機として1997年に新規竣工したベンチャービジネスラボラトリー棟 (VBL) であり (図 19-21)、ナノテクノロジーなどをはじめとする研究・開発が行われています。もう一つは、京都大学のシンボルである時計台の建物です (図 22)。こちらは京都大学創立100周年事業の一環として2003年に免震技術を用いて改修されたものです。従って、両者には新築と改修という大きな違いがあります。

免震構造はどのような建物にも適用できるわけではありません。例えば、軟弱な地盤では周期の長い地震動が卓越する可能性がありますので、あまり適しているとはいえません。また、超高層の建物はそれ自身が長い固有周期を有しており、免震装置を設置しても固有周期は大きくは伸びませんので免震効果は低層建物ほどには期待できません。このような場合には、制震構造 seismic-controlled structure (あるいは制振構造 vibration controlled structure) がよく利用されます。制震構造では、建物の固有周期が地震による地面の揺れの固有周期と一致した場合でも、建物内部にエネルギーを吸収する部材や装置を設置して建物内部に十分な減衰特性を持たせることにより、建物の振動が安全でなくなるほど大きくなることを防ぐことができます (図 23, 図 24)。制震構造には、電気的なエネルギーを利用するアクティブ型と、それを利用しないパッシブ型のものがあり、比較的容易に設置できる後者の方が数多く存在します。超高層建物では地震以外に強風の影響も無視できませんので、このような制震構造は大きな役割を果たしています。

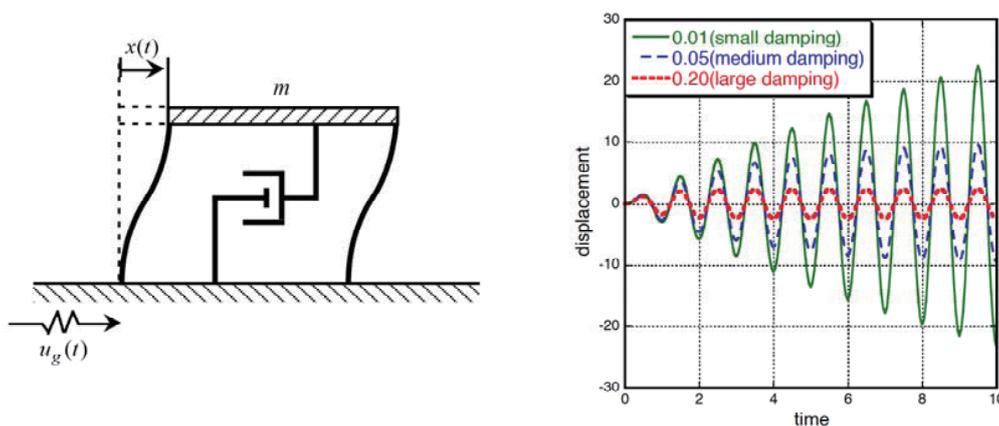


図 16 共振現象と減衰の役割

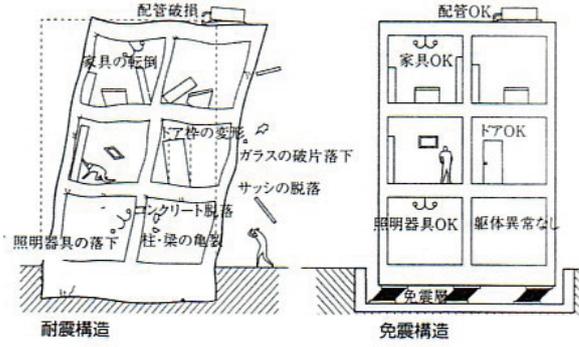
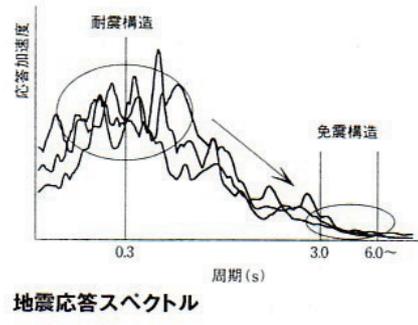


図 17 耐震構造と免震構造[5]



地震応答スペクトル

図 18 免震原理[5]

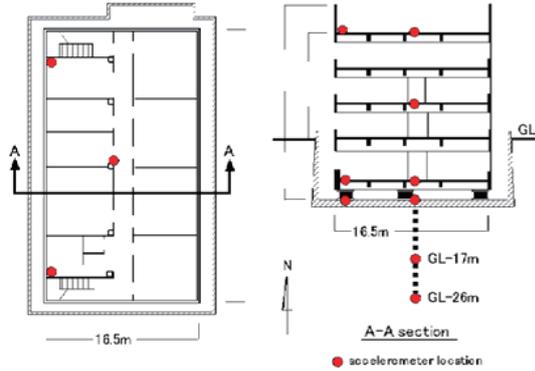


図 19 京都大学ベンチャービジネスラボラトリー棟（国立大学では最初の免震建物）

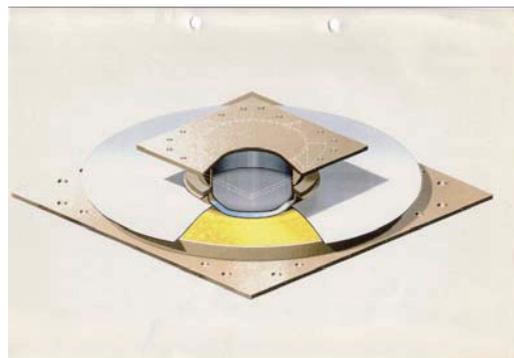
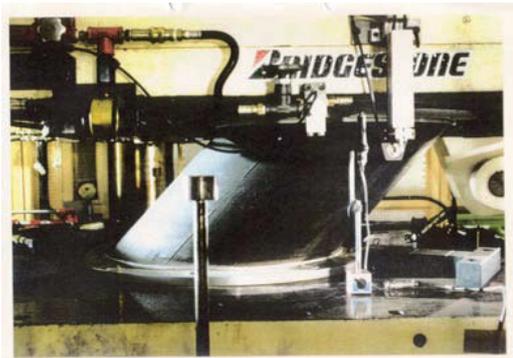


図 20 積層ゴムの変形（実験時）と多機能直列型粘性ダンパー[6]

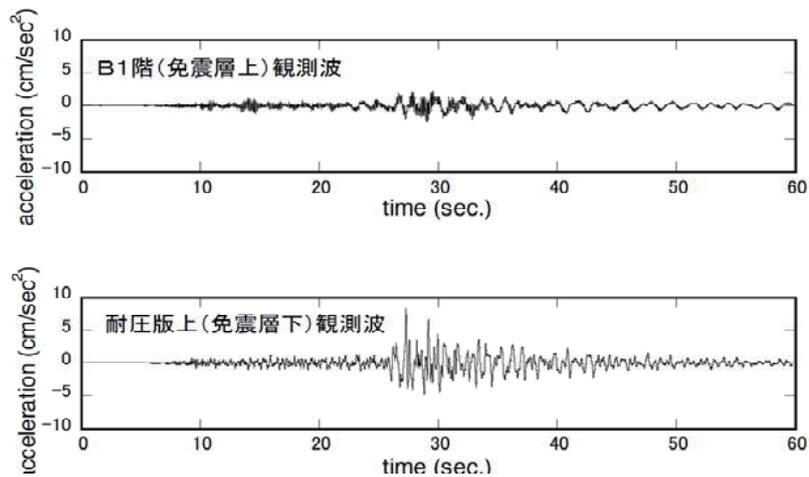


図 21 京都大学 VBL 棟における地震観測例（1999 年 2 月 12 日京都府南部地震）

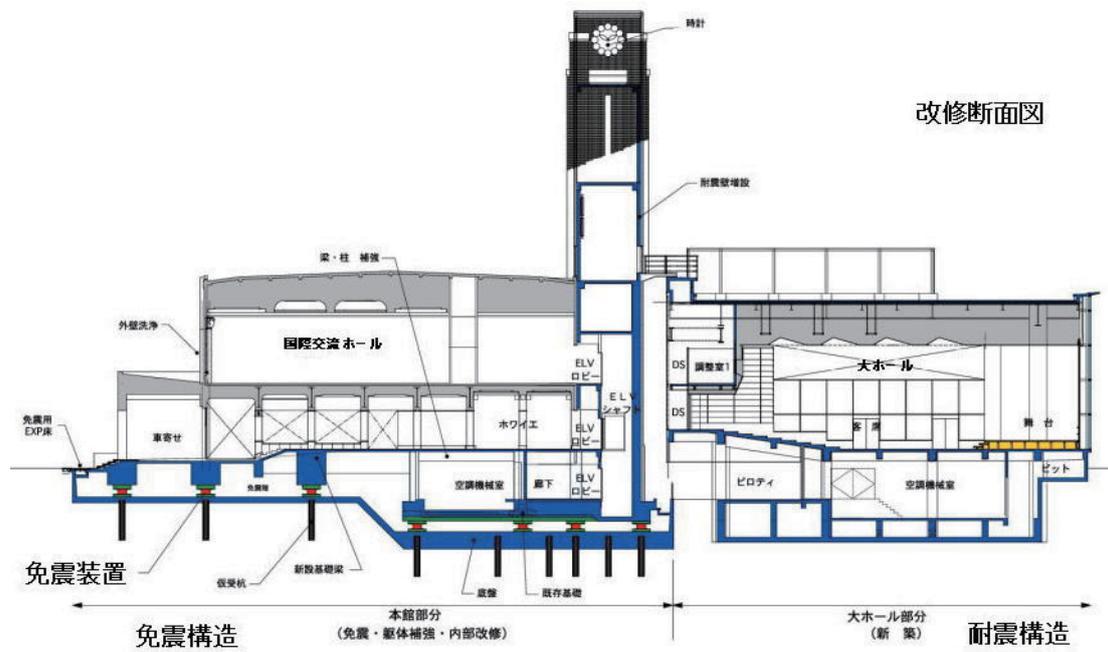
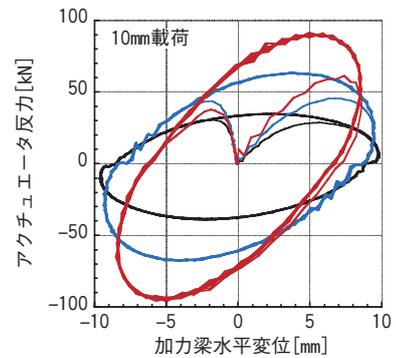


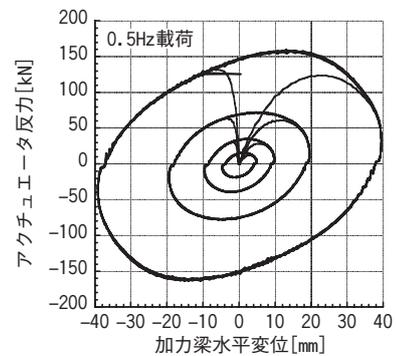
図 22 免震改修後の京都大学時計台断面図[7]



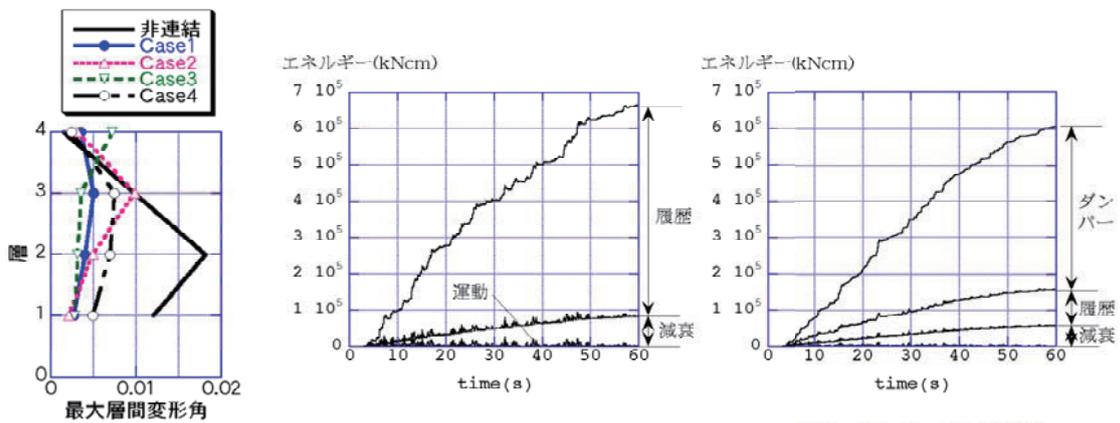
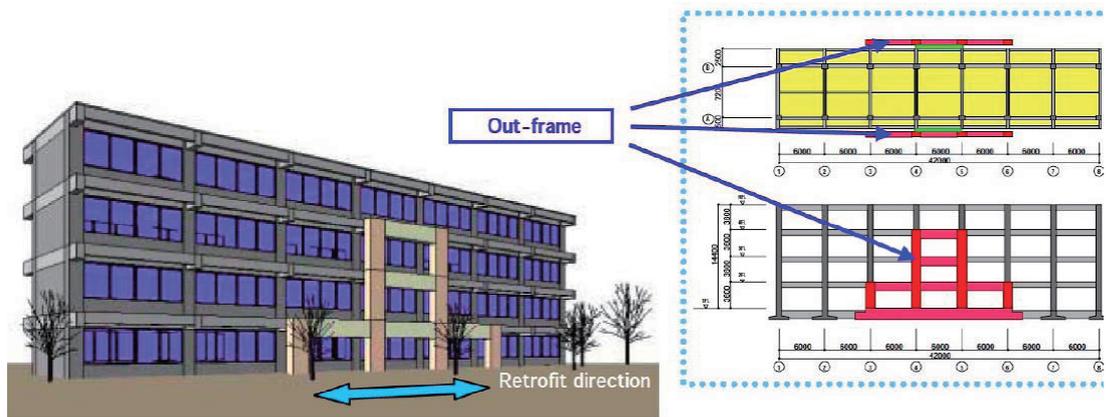
図 23 オイルダンパーを用いた制震装置の実験の様子と、実験で得られた力 - 変形関係[8]



(a) 载荷周波数による力 - 変位関係の違い



(b) 载荷振幅による力 - 変位関係の違い



地震入力エネルギーの時刻歴 (左：非連結時，右：Case1 連結時)

図 24 既存建物の連結制震構法による耐震補強[9]と、その効果[10]

図版出典

- [1] 田中彌壽雄，力学と建築物のかたち，建築技術
- [2] <http://ja.wikipedia.org/wiki/東大寺>
- [3] 日本建築学会編，日本建築史圖集，彰国社
- [4] ヴィジュアル版建築入門9，彰国社
- [5] 建築設計資料集成，日本建築学会
- [6] 提供：大林組技術研究所
- [7] <http://www.kyoto-u.ac.jp/sisetu/jishinkei/jishinkei.htm>
- [8] 辻聖晃，羽生昇平，竹脇出：オイルダンパーを用いた間柱型制振機構の開発（その1 実大模型を用いた動的載荷実験），日本建築学会近畿支部研究報告集，pp.69-72 (2006)
- [9] 辻聖晃，竹脇出，高橋宏治，榎原健一：アウトフレームを用いた連結制震構法による耐震補強（その1：基本耐震補強特性），日本地震工学会大会講演梗概集，pp.392-393 (2005)
- [10] 高橋宏治，榎原健一，辻聖晃，竹脇出：アウトフレームを用いた連結制震構法による耐震補強（その2：試設計例），日本地震工学会大会講演梗概集，pp.394-395 (2005)

